

## Неравенства-2

1. Докажите неравенство  $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq 3$ , где  $a, b, c > 0$ .

2. Докажите, что

$$\frac{(1-x_1)(1-x_2)\cdots(1-x_n)}{x_1\cdots x_n} \geq (n-1)^n,$$

где  $x_1, \dots, x_n > 0$  и  $x_1 + \dots + x_n = 1$ .

3. Решить систему уравнений: 
$$\begin{cases} x + y + z = 3, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3. \end{cases}$$

4. Сравните числа  $(1 + \frac{1}{2015})^{2016}$  и  $(1 + \frac{1}{2016})^{2017}$ .

5. Докажите, что  $(1+x_1)(1+x_2)\cdots(1+x_n) \geq 2^n$ , если  $x_1x_2\cdots x_n = 1$  и  $x_1, \dots, x_n > 0$ .

6. Докажите, что  $(x_1 + \frac{1}{x_1})^2 + \dots + (x_n + \frac{1}{x_n})^2 \geq \frac{(n^2+1)^2}{n}$ , если  $x_1, \dots, x_n > 0$  и  $x_1 + \dots + x_n = 1$ .

7. Решите систему: 
$$\begin{cases} \sqrt{1+x_1} + \dots + \sqrt{1+x_n} = 100\sqrt{1+\frac{1}{100}}, \\ \sqrt{1-x_1} + \dots + \sqrt{1-x_n} = 100\sqrt{1-\frac{1}{100}}. \end{cases}$$